

剪切层与边界层组合流动的线性 不稳定性分析

王一帆¹, 刘凤君², 朴英¹

(1. 清华大学 航天航空学院, 北京 100084;

2. 中国航天科工集团公司 北京动力机械研究所
高超声速冲压发动机技术重点实验室, 北京 100074)

摘 要: 对不可压缩剪切层与边界层的组合流动完成了线性稳定性研究. 组合流动的数学模型为 Blasius 边界层相似解与双曲正切函数的叠加, 采用整体数值方法求解组合流动的稳定性方程, 并验证了程序的准确性及网格无关性. 研究给出组合流动的不稳定模态的辨识, 即边界层模态和剪切层模态. 在此基础上研究了剪切层对边界层模态不稳定性的影响以及壁面对剪切层模态的影响. 由于剪切层的存在, 使边界层模态中性曲线向左上方平移, 临界雷诺数减小. 此外, 边界层模态不稳定性得到增强或抑制的影响, 取决于扰动频率以及剪切层速度比的变化. 组合流动中壁面边界层促使剪切层不稳定性减弱, 主要表现在低频区域; 而在高频区域, 剪切层不稳定性几乎不受壁面边界层的影响.

关 键 词: 边界层; 剪切层; 线性稳定性理论; 流动不稳定性; 整体数值方法

中图分类号: V231; O351.2

文献标志码: A

Linear instability analysis of the confluent shear layer and boundary layer flows

WANG Yi-fan¹, LIU Feng-jun², PIAO Ying¹

(1. School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;

2. Science and Technology on Scramjet Laboratory,
Beijing Power Machinery Institute,

China Aerospace Science and Industry Corporation, Beijing 100074, China)

Abstract: The linear stability theory (LST) was used to study the confluent shear layer/boundary layer flows. The mean velocity profile exhibited a superposition of the Blasius boundary layer and a shear layer expressed as hyperbolic tangent function. A global method with high order difference schemes was used to solve the Orr-Sommerfeld equation. The numerical procedure was validated by comparing the present results for boundary layer and shear layer with the published articles. The unstable wave modes associated with both shear layer and boundary layer were identified. On this basis, the interactions between the boundary layer mode and the shear layer were examined. Due to the presence of the shear layer, the neutral curve of the boundary layer mode moved to the upper left, resulting in decrease of critical Reynolds number. When the shear layer was brought close to the wall, the boundary layer unstable mode may be destabilized or stabilized, depending upon the disturbance

收稿日期: 2015-12-03

基金项目: 国家自然科学基金(51476152)

作者简介: 王一帆(1990—), 男, 山东沾化人, 博士生, 主要从事计算流体力学的研究.

通讯作者: 刘凤君(1964—), 男, 辽宁清原人, 研究员, 博士, 主要从事计算流体力学和冲压发动机总体技术的研究.

frequency. In the confluent flow, the wall boundary layer has a stabilized effect on the shear layer mode, which occurs in the low frequency range.

Key words: boundary layer; shear layer; linear stability theory; flow instability; global method

剪切层与边界层的组合流动是复杂流场中常见的流动现象. 例如, 飞机在降落或起飞时, 为提高升力其机翼的前缘和尾部分别张开, 形成前缘缝翼、主翼和副翼等多元机翼. 其中, 缝翼尾部的剪切层与主翼前缘边界层、主翼尾部剪切层与副翼前缘边界层分别构成剪切与边界层的组合流动. 研究指出^[1-2], 流动在下游的发展中, 由于剪切层与边界层的相互作用, 流动机制与单纯的剪切层或边界层大不相同. 剪切层与边界层的组合流动还常见于涡轮机械^[3]及发动机燃烧室内部. HYFLY 超燃冲压发动机采用双燃烧室技术^[4-7], 燃气发生器生成的高温富油燃气与超声速气流形成剪切层掺混流动, 这种剪切层的增长情况受到燃烧室壁面边界层的约束, 组成了在化学反应环境下的剪切层/边界层组合流动. 此外, 在双模态超燃冲压发动机燃烧室中, 为增强气流掺混, 通常采用燃料喷注支板^[8-9], 掺混燃烧流动在支板后缘的剪切层与燃烧室壁面边界层发生相互作用, 形成剪切层与边界层的组合流动.

在流体机械中, 边界层和剪切层是随处可见的经典流动问题, 研究人员对这些经典流动机理完成了充分的研究. 线性流动稳定性理论(LST)是进行边界层和剪切层流动机理研究的重要手段之一, 一方面, 通过求解 Orr-Sommerfeld 稳定性方程(O-S 方程)获得的扰动特征在描述平板边界层流动现象方面, 特别是对于揭示边界层自然转捩的初始阶段的规律是非常有用的和可靠的^[10-15]. 平板边界层的中性曲线在雷诺数和扰动频率构成的平面中将扰动的稳定和不稳定范围区分开来, 从线性的角度给出流动的失稳特征. 另外一方面, 线性稳定性理论的研究结果还可作为开展直接数值模拟或大涡模拟的初、边界值条件, 进一步研究流动沿下游的非线性流动特征. 例如, 在平板边界层入口处施加通过 LST 计算得到的 Tollmien-Schlichting 扰动波(T-S 波), Joslin 等^[16-17]对次谐波作用下的平板边界层流动转捩问题进行了数值研究, 获得了次谐波和高谐波沿下游的非线性演化规律, 揭示的转捩发生现象在定性和定量上均与试验结果一致.

同样, 剪切层流动稳定性的规律也得到深入、

系统的研究^[18-21]. Michalke^[18]采用双曲正切函数作为剪切层流动的速度剖面, 对不可压无黏剪切层的流动稳定性进行了关于空间增长扰动的研究, 给出了特征值和特征函数随扰动频率的变化规律. 与尾迹流动的失稳特性不同^[22-23], 对应于一个适当的频率, 剪切层流动只有一个不稳定模态^[18-19]. Koochesfahani 和 Frieler^[19]研究剪切层和尾迹的混合流动, 剪切层的平均流动速度也采用双曲正切分布, 尾迹流动速度剖面取指数函数, 同时考虑剪切层中两股气流中的密度是不同的. 当高密度流体处于低速一侧时, 不稳定剪切层模态和尾迹模态的增长率几近相同; 反之, 失稳特征与恒定密度的混合层流动的情况类似, 即, 剪切层模态为主导模态.

本文作者之一对尾迹与边界层的组合流动进行了不稳定性研究^[24-26]. 对于不可压组合流动, 研究辨识了相互受限的边界层不稳定模态和尾迹不稳定模态, 尾迹改变了边界层中性曲线的形状, 临界雷诺数减小. 此外, 尾迹对边界层不稳定波的增长具有促进的影响, 且随着尾迹速度亏损的增加而加强^[24]. 因此, 尾迹在边界层扰动波的线性增长过程中和转捩的初始阶段中担负重要作用. 高马赫数下, 随着尾迹与边界层之间距离的减小, 边界层第一不稳定模式的变化特征是从加强到衰减, 边界层第二不稳定模式直接衰减^[25]. 二维槽道超声速尾迹/边界层组合流动的线性稳定性研究结果指出^[26], 第一模态的扰动波是最不稳定的, 并且不稳定扰动频率范围最大.

本文采用线性稳定性理论对剪切层与边界层构成的组合流动的稳定性问题进行了研究, 同时分析了剪切层对边界层流动稳定性的影响, 以及边界层对剪切层的影响. 考虑的组合流动模型为 Blasius 边界层流动和具有双曲正切速度分布的剪切层流动的直接叠加, 假设组合流动所受的扰动幅值足够小, O-S 方程可以描述这样的流动. 使用 6 阶中心差分格式离散稳定性方程中的各阶导数项, 给定边界条件后, 利用整体数值解法(global method)^[27-28]求解 O-S 方程, 获得全部的特征值谱, 并从中辨识出与边界层流动相关的模态和与剪切层流动相关的模态. 本文考虑了雷诺数、扰

动频率、剪切层与边界层之间的距离以及剪切层流动速度比等参数对上述两种模态的影响。

1 流动模型

组合流动由两部分组成,近壁面的边界层流动和与壁面有一定距离的、具有一定速度差的两股均匀流动形成的剪切层流动。图1为组合流动的速度剖面示意。图中 U 为无量纲速度,其参考速度为边界层外缘速度 U_∞ , y 为沿壁面法向的无量纲坐标,参考长度为边界层排挤厚度 δ^* 。

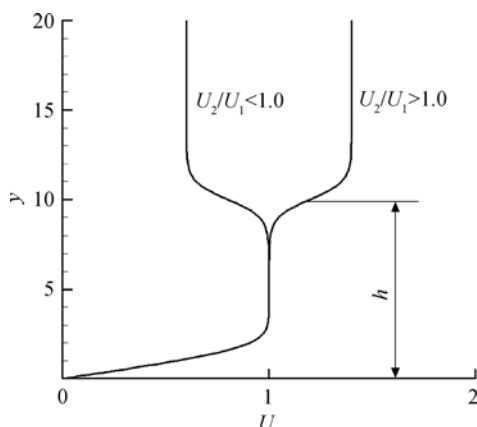


图1 基本流动速度剖面

Fig. 1 Mean velocity profiles

在图1中,剪切层中心与壁面的距离为剪切层高度 h ,处在边界层外缘一侧气流的速度为 U_1 ,处在自由流一侧气流的速度为 U_2 。在实际流动中,剪切层中的高速气流或位于边界层外缘一侧,或位于自由流边界一侧,两种情形在文中均有讨论。

考虑组合流动为平行流动的情形,即基本流动流向速度分量 U 仅沿 y 方向变化,而壁面法向速度分量 V 为零。利用龙格-库塔方法求解 Blasius 边界层相似方程,得到边界层速度剖面;剪切层流动的速度剖面选取双曲正切函数^[15-16]。这样,组合流动的基本流动速度剖面由下面的表达式给出:

$$U(y) = U(y)_{\text{Blasius}} - k[1 + \tanh(y - h)] \quad (1)$$

式中 $U(y)_{\text{Blasius}}$ 为 Blasius 边界层数值解; k 为剪切层流动速度比的调整参数,其中 $k > 0$ 表示位于自由流边界一侧的气流速度低于边界层外缘一侧的气流速度; h 为剪切层高度。

2 组合流动稳定性方程

流动可分解为基本流动和叠加的扰动流动。

基本流动是稳态的流动,扰动流动是随时间变化的非稳态流动。令笛卡尔坐标系 (x, y, z, t) 中的 x 为流动方向, y 为壁面法向, z 为展向, t 表示时间。 u, v, w 分别代表流动方向、壁面法向和展向的瞬时速度分量; U, V, W 分别为相应的基本流动速度分量; p 为基本流动的压力, p_i 为瞬时压力。这些参数均为无量纲参数。

考虑到速度分量 $V=W=0$, 瞬时流动速度和压力有如下的表达式:

$$\begin{cases} u = u'(x, y, z, t) + U(y) \\ v = v'(x, y, z, t) \\ w = w'(x, y, z, t) \\ p_i = p'(x, y, z, t) + p(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

式中“'”表示脉动分量,相对于基本流动,脉动分量为很小的量级。 U 对 x 的依赖程度远小于对 y 的依赖程度,而基本流动的压力 $p(x, y)$ 对 x 的依赖必须考虑,因为正是压力梯度 $\partial p_i / \partial x$ 维持平行的组合流动。

将式(2)代入不可压 Navier-Stokes 方程组中,化简后略去2阶及其以上的高阶脉动项,并消去压力项,推导出如下的 O-S 稳定性方程:

$$\left[\frac{1}{Re} \nabla^2 - U \frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \right] \nabla^2 v' + \frac{d^2 U}{dy^2} \cdot \frac{\partial v'}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

式中雷诺数 $Re = U_\infty \delta^* / \nu$, 待求变量是 v' , 其边界条件为

$$\begin{cases} v', \quad \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 & y = 0 \quad (\text{固壁}) \\ v', \quad \frac{\partial v'}{\partial y} \rightarrow 0 & y \rightarrow \infty \quad (\text{自由边界}) \end{cases} \quad (4)$$

对于一个给定的基本流动,流动稳定性研究的目的是要确定扰动量是衰减的还是增长的,如果是衰减的,则流动就是稳定的;反之流动不稳定。

对扰动量取法向模式的分离变量解,得到关于速度 v' 的扰动量如下:

$$v' = \hat{v}(y) e^{i(\alpha x + \beta z - \omega t)} \quad (5)$$

式中 i 是虚数单位, $\hat{v}(y)$ 是关于扰动速度分量 v 的特征函数。对空间流动稳定性问题,频率 ω 是实数,流向波数 α 是复数,即 $\alpha = \alpha_r + i\alpha_i$, 虚数部 α_i 代表扰动波的增长率,负数表示增长,正数为衰减;实数部 α_r 与流向波长相关,流向波长 $\lambda_x = 2\pi / \alpha_r$ 。

将式(5)带入到式(3)中,经过简单的变形可以得到方程式

$$\left[\frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{d^2}{dy^2} - \alpha \right)^2 + i\alpha \frac{d^2 U}{dy^2} - i(\alpha U - \omega) \left(\frac{d^2}{dy^2} - \alpha^2 \right) \right] \hat{v} = 0 \quad (6)$$

边界条件如下:

$$\begin{cases} \hat{v}, \quad \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} = 0 & y = 0 \quad (\text{固壁}) \\ \hat{v}, \quad \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \rightarrow \infty & y \rightarrow \infty \quad (\text{自由边界}) \end{cases} \quad (7)$$

3 数值解法

本文采用6阶精度的中心差分格式来离散式(6)中的各阶导数项,离散后化简得到如下方程组

$$(\mathbf{C}_4 \alpha^4 + \mathbf{C}_3 \alpha^3 + \mathbf{C}_2 \alpha^2 + \mathbf{C}_1 \alpha + \mathbf{C}_0) \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \quad (8)$$

式中下标 n 代表计算网格点数,上标 T 为向量的转置, $\mathbf{C}$ 为与流向波数 α 无关的系数矩阵^[27-28].

式(8)的右端项为零,这是一个矩阵特征值问题.采用线性伴随矩阵方法对非线性系数矩阵 $\mathbf{C}$ 进行线性化,从而求得线性化矩阵的特征值,然后利用式(8)求出向量 $\hat{\mathbf{v}}$.线性化过程中需要求出矩阵 $\mathbf{C}_4$ 的逆矩阵,但由于边界条件的施加,导致 $\mathbf{C}_4$ 成为奇异矩阵,为此,定义一个线性变换

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_3 & -\tilde{\mathbf{C}}_2 & -\tilde{\mathbf{C}}_1 & -\tilde{\mathbf{C}}_0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^1 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^0 \hat{\mathbf{v}}_n^T \end{bmatrix} = 0$$

(13)

将式(13) 乘以一个如下矩阵:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_4^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

再做整理,得到

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_4^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_3 & -\tilde{\mathbf{C}}_4^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_2 & -\tilde{\mathbf{C}}_4^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_1 & -\tilde{\mathbf{C}}_4^{-1} \tilde{\mathbf{C}}_0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \lambda \tilde{\mathbf{I}} \begin{bmatrix} \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^1 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^0 \hat{\mathbf{v}}_n^T \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

式(14)属于标准型 $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0$ 的矩阵特征值问题,通过QR分解求出矩阵的特征值 λ 和特征向量 $\hat{\mathbf{v}}_n^T$,进而求得流向波数 α .

求出流向波数 α 后,计算特征函数 $\hat{\mathbf{v}}_n^T(y)$ 时采用下面的迭代公式^[27]:

$$(\mathbf{C}_4 \alpha^4 + \mathbf{C}_3 \alpha^3 + \mathbf{C}_2 \alpha^2 + \mathbf{C}_1 \alpha + \mathbf{C}_0) [\hat{\mathbf{v}}^{k+1}]^T = \sigma [\hat{\mathbf{v}}^k]^T \quad (15)$$

式中 σ 为非零的尺度因子.

$$\lambda = \frac{\alpha+1}{\alpha-1}, \quad \alpha = \frac{\lambda-1}{\lambda+1} \quad (9)$$

将式(9)代入式(8)中化简后,有

$$(\tilde{\mathbf{C}}_4 \lambda^4 + \tilde{\mathbf{C}}_3 \lambda^3 + \tilde{\mathbf{C}}_2 \lambda^2 + \tilde{\mathbf{C}}_1 \lambda + \tilde{\mathbf{C}}_0) \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \quad (10)$$

观察式(10),可写成如下恒等式:

$$\begin{cases} (-\tilde{\mathbf{C}}_3 - \lambda \tilde{\mathbf{C}}_4) \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T - \tilde{\mathbf{C}}_2 \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T - \tilde{\mathbf{C}}_1 \lambda \hat{\mathbf{v}}_n^T - \tilde{\mathbf{C}}_0 \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \\ \mathbf{I} \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T - \lambda \mathbf{I} \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \\ \mathbf{I} \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T - \lambda \mathbf{I} \lambda \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \\ \mathbf{I} \lambda \hat{\mathbf{v}}_n^T - \lambda \mathbf{I} \hat{\mathbf{v}}_n^T = 0 \end{cases} \quad (11)$$

式中单位矩阵 $\mathbf{I}$ 的阶数为 n .将上述方程组写成矩阵的形式,则得到

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_3 - \lambda \tilde{\mathbf{C}}_4 & -\tilde{\mathbf{C}}_2 & -\tilde{\mathbf{C}}_1 & -\tilde{\mathbf{C}}_0 \\ \mathbf{I} & -\lambda \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & -\lambda \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & -\lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^1 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^0 \hat{\mathbf{v}}_n^T \end{bmatrix} = 0 \quad (12)$$

将式(12)左边变形为两个矩阵的代数之和,则式(12)变形为

$$\begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_3 & -\tilde{\mathbf{C}}_2 & -\tilde{\mathbf{C}}_1 & -\tilde{\mathbf{C}}_0 \\ \mathbf{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \end{bmatrix} - \lambda \begin{bmatrix} -\tilde{\mathbf{C}}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda^3 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^2 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^1 \hat{\mathbf{v}}_n^T \\ \lambda^0 \hat{\mathbf{v}}_n^T \end{bmatrix} = 0$$

(13)

4 数值解法

4.1 程序验证

首先计算了边界层流动稳定性问题,基本流动速度剖面取 Blasius 相似解,计算网格点数目为41,并对近壁面的网格进行了加密处理.

表1示出流向波数的计算结果及与其他文献[12,28]结果的比较,两者的吻合程度良好.

表 1 Blasius 边界层流向波数

Table 1 Wave number of the instability for Blasius boundary layer

序号	Re	ω	参考文献 α	本文计算 α
1	998	0.1122	$0.3086 - i0.0057^{[12]}$	$0.30859 - i0.00571$
2	900	0.0774	$0.2229 - i0.0045^{[28]}$	$0.22292 - i0.00451$
3	598	0.1201	$0.3079 - i0.0019^{[28]}$	$0.30785 - i0.00190$
4	336	0.1297	$0.3084 + i0.0079^{[28]}$	$0.30835 + i0.00793$

图 2~图 4 分别为本文计算的边界层中心曲线、边界层法向扰动速度分量(v)、剪切层流向波数,分别与 Jordinson 和 Michalke^[12,18] 给出的相应曲线进行比较,结果是完全一致。

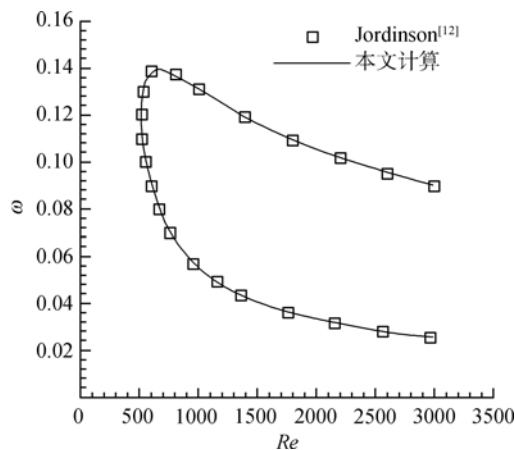


图 2 Blasius 边界层稳定性中性曲线

Fig. 2 Neutral curve for Blasius boundary layer

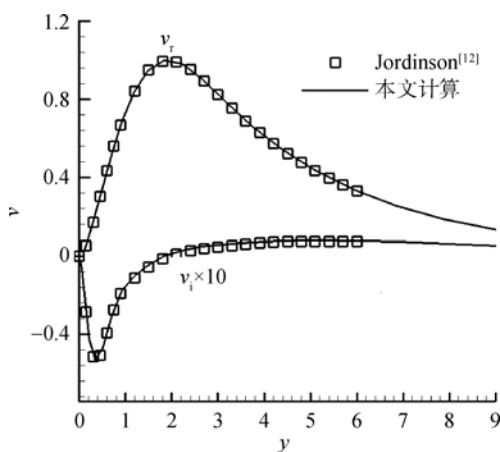


图 3 Blasius 边界层扰动速度分量

Fig. 3 Disturbing velocity component of Blasius boundary layer

由以上计算和比较可以看出,本文的流动稳定性计算程序正确预测了边界层和剪切层流动的稳定特征。本文研究的对象是剪切层与边界层

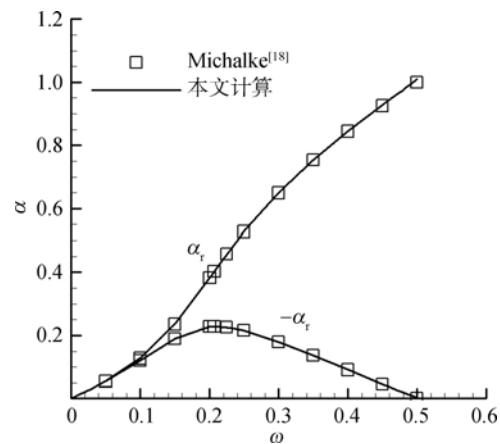


图 4 剪切层流向波数

Fig. 4 Wave number of shear layer

的组合流动,其稳定性方程、边界条件设定以及数值解法等与剪切层或边界层的完全相同,因此,经过验证的本文计算程序可以用来研究组合流动的稳定性问题。

4.2 模态辨识与网格无关性

图 5 是剪切层与边界层组合流动的特征值谱分布,横、纵坐标分别为波速 $C = \omega/\alpha$ 的实部和虚部,计算区域长度 75,计算网格点数 121,在边界层和剪切层中网格呈密集分布。剪切层速度比 $U_2/U_1 = 0.4$, $Re = 998$, $\omega = 0.1122$ 。剪切层高度取 $h = 35.0$,则剪切层与边界层相隔足够远,两者的流动稳定性相互不受干扰。另外,图 5 还给出边界层流动和剪切层流动的特征值谱,便于组合流动模态的辨识。

本文采用整体数值解法求出全部的特征值,对于边界层,只有那个离散孤立的特征值对应于 T-S 不稳定波(见图 5)。类似的办法可用来确认剪切层不稳定波。在组合流动的特征值谱中,出现两个不稳定模态,它们的特征值分别与边界层和剪切层的不稳定波所对应的特征值重叠在一起,再通过检查它们的特征函数,可以确认它们分别为组合流动中的边界层模态和剪切层模态。

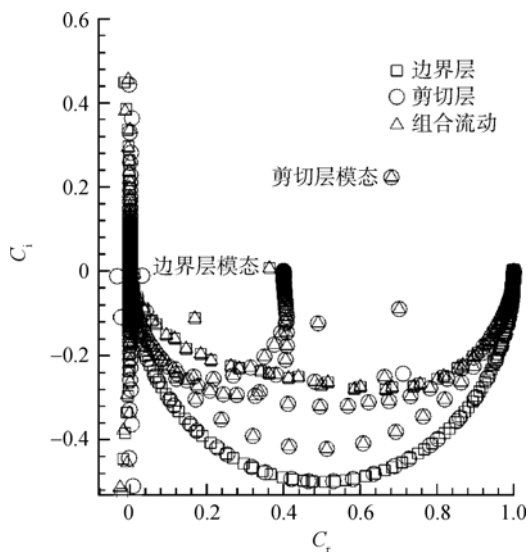


图5 组合流动特征值谱

Fig. 5 Eigenvalues distribution of the combined flow

组合流动的边界层不稳定波数和剪切层不稳定波数应分别与边界层的和剪切层的完全相同,见表2.

表2 边界层、剪切层及组合流动的不稳定模式

Table 2 Instability modes of boundary layer, shear layer and the combined flow

流动模型	边界层模式	剪切层模式
组合流动	$0.308595 - i0.005704$	$0.148793 - i0.048698$
边界层	$0.308595 - i0.005704$	
剪切层		$0.148793 - i0.048696$

为研究网格的无关性,考虑剪切层与边界层间隔较小的组合流动,取 $h=7.5$,比较不同网格数的计算结果,并在所有网格的剪切层和边界层位置做了加密处理.表3给出边界层和剪切层模式的流向波数随网格数目的变化情况,流动参数 $Re=998$, $\omega=0.1122$, $U_2/U_1=0.4$.

表3 组合流动不稳定波增长率随网格数目的变化
Table 3 Unstable wave growth rate of the combined flow while the grid number changes

网格数	边界层模式	剪切层模式
71	-0.007220	-0.040166
81	-0.006722	-0.040012
101	-0.006743	-0.039940
121	-0.006744	-0.039895
141	-0.006744	-0.039897

将计算结果进行比较,确定下文的工作在121节点下进行计算.

由表2和表3还可以看出,当剪切层高度足够小时,在给定的频率状态下,剪切层和边界层之间的相互作用促使边界层不稳定波的增长率提高、剪切层不稳定波的增长率下降.

4.3 剪切层对边界层稳定性的影响

图6为组合流动的边界层模式中性曲线与Blasius边界层中性曲线的比较, $h=7.5$, $U_2/U_1=0.4$.由此图可以看出,受剪切层的影响,边界层模式稳定性中性曲线下边界和上边界均向上平移,且下边界平移的幅度大于上边界,即对应一个确定的雷诺数,不稳定区域的最小和最大的扰动频率 ω 值都增大.

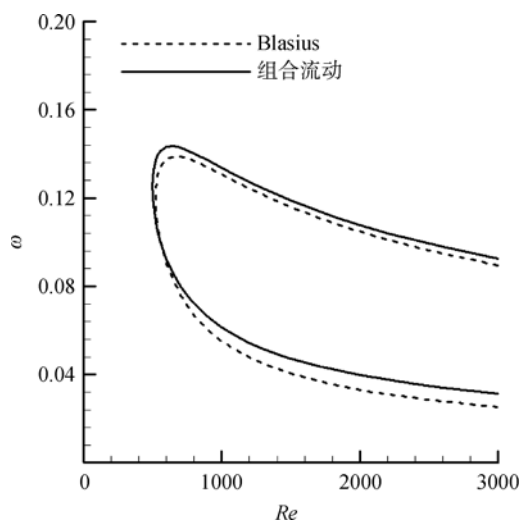


图6 边界层模式稳定性中性曲线

Fig. 6 Neutral curves for boundary layer mode

由图6还可以看出,在给定的剪切层影响下,组合流动中的边界层模式中性曲线的临界雷诺数由520下降到497,而临界雷诺数对应的扰动频率略有增大.

图7为雷诺数 $Re=600, 900, 1200$ 情形下组合流动中边界层模式 T-S 波增长率随频率的变化,相应的 Blasius 边界层 T-S 波的结果也附在该图.由此图可以看出,当剪切层靠近边界层时,组合流动中边界层模式的频域特性曲线向右平移,即不稳定波的最小频率和最大频率均有提高.此外,存在一个特定的频率,不稳定波的增长率保持不变,高于此频率时,不稳定波的增长率趋于增加;而低于这个频率,趋于下降.一般地,这个不影响边界层模式稳定性的频率小于最不稳定波对应的频率,但随着雷诺数的增加前者接近后者.这说

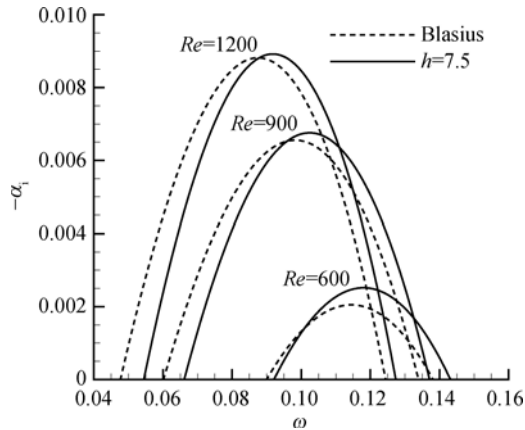


图7 不同雷诺数下边界层模态的频域特性

Fig. 7 Growth rates of T-S wave for boundary layer mode while Re changes

明,剪切层对边界层模态有增强和削减其不稳定性的影响,取决于扰动频率。

从图7中还可以看出,由于剪切层的影响,组合流动中边界层模态的最不稳定波的增长率得到进一步增加,且增加的程度随雷诺数的升高而减小。

图8示出剪切层中两股气流速度比的变化对组合流动中边界层模态不稳定性的影响, $Re=900$, 剪切层高度 $h=7.5$ 。其中图8(a)为 $U_2/U_1 < 1.0$ 的情形,剪切层速比的减小意味着剪切流动中速度梯度的增加,对边界层模态影响的程度随之增强。边界层模态的不稳定波的频域特性曲线随速度比的减小向右平移,最不稳定波的增长率增加,对应的频率也增加。此外,剪切层速度比对组合流动中边界层模态的影响也表现在增强或抑制其不稳定性的两个方面。在剪切层高度 ($h=7.5$) 下,增强边界层模态的不稳定性起主导作用。由抑制到增强边界层不稳定性的转换频率小于最不稳定波的频率,且几乎不随剪切层速度比的改变而变化。

而图8(b)为 $U_2/U_1 > 1.0$ 的情形,剪切层对边界层模态的不稳定性的影响基本上是抑制的。在不稳定波的频域内,边界层模态的不稳定波的增长率随速度比的增加而减小,最不稳定波对应的频率基本上保持不变。

图9为剪切层高度对组合流动中边界层模态的影响, $Re=900$, $U_2/U_1=0.4$ 。随着剪切层高度的增加,剪切层对边界层模态的影响逐渐减小,当剪切层高度超过20,组合流动中边界层模态的不稳定频谱特性曲线与 Blasius 边界层的完全重合。

图10是计算的与法向脉动速度分量相关的

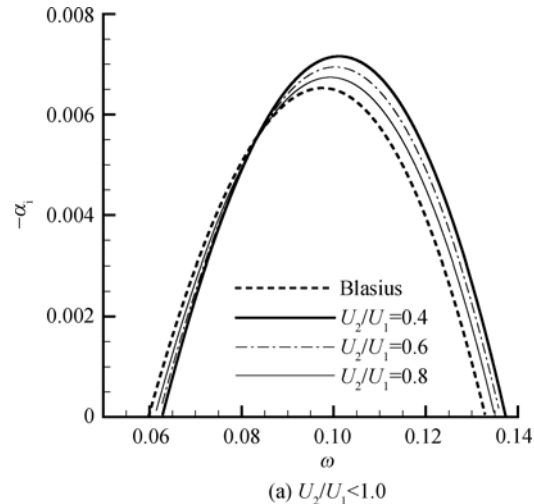
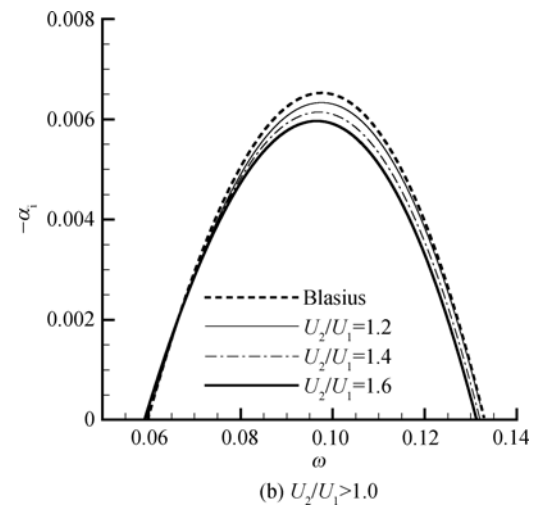
(a) $U_2/U_1 < 1.0$ (b) $U_2/U_1 > 1.0$

图8 受剪切层速度比影响的边界层模态

Fig. 8 Growth rates of T-S wave for boundary layer mode with shear layer of different velocity contrast

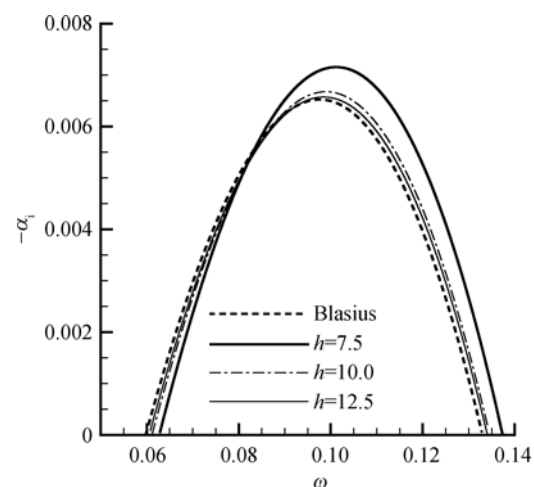


图9 受剪切层高度影响的边界层模态

Fig. 9 Growth rates of T-S wave for boundary Layer mode with shear layer of different heights

特征函数, 流动参数 $Re=900$, $U_2/U_1=0.4$, $\omega=0.12$. 当剪切层远离边界层(如 $h=20.0$)时, 特征函数与 Blasius 边界层的完全重合; 当剪切层特别接近边界层时(如 $h=7.5$), 边界层模态的特征函数呈现衰减的趋势, 特别是在剪切层位置的上方, 衰减更快, 说明剪切层在边界层扰动波的线性发展和转捩的初始阶段中担负重要作用。

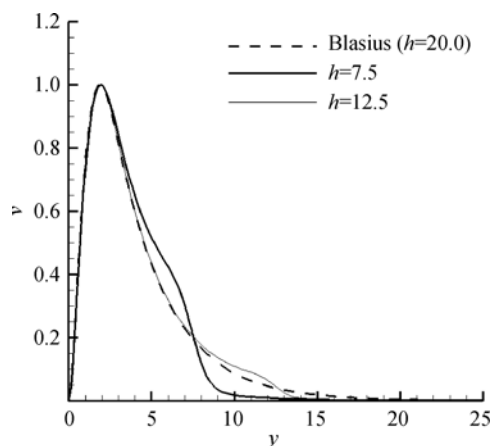


图 10 边界层模态的特征函数

Fig. 10 Eigenfunctions for boundary layer mode

4.4 边界层对剪切层稳定性的影响

图 11 为不同剪切层高度下组合流动中剪切层模态的不稳定频域特性, $Re=900$, $U_2/U_1=0.4$. 从此图可以看出, 固壁边界层对剪切层模态的不稳定波的增长有抑制的作用, 主要表现在包含最不稳定波的低频区域. 在此低频率区域内, 剪切层模态的不稳定波增长率随剪切层高度的下降而减小, 当频率为 0.12 时, 下降幅度达 16.7%. 当剪切层高度达到 20.0 以上时, 剪切层模态的稳

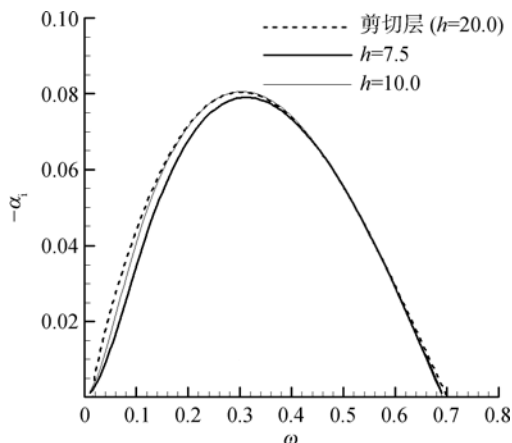


图 11 受边界层影响的剪切层模态

Fig. 11 Growth rates of T-S wave for shear layer mode while the height changes

定性不受壁面的影响。

图 12 为不同剪切层高度下组合流动中剪切层模态的特征函数的形状, $Re=900$, $U_2/U_1=0.4$, 选取的频率 $\omega=0.3$ 对应于最不稳定的扰动波. 特征函数对应于法向扰动速度分量. 由此图可以看出, 固壁对剪切层模态的特征函数的影响不大。

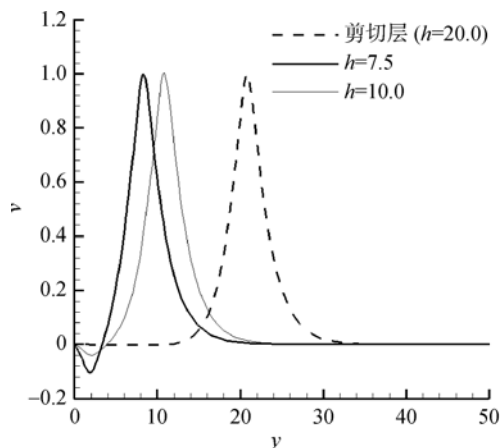


图 12 剪切层模态的特征函数

Fig. 12 Eigenfunctions for shear layer mode

5 结 论

本文完成了不可压缩剪切层与边界层组合流动的线性稳定性分析, 获得如下结论:

首先, 对剪切层与边界层组合流动的稳定性模态进行了分析与辨识, 发现存在两个不稳定模态, 一个是边界层模态, 另一个是剪切层模态。

受剪切层的影响, 边界层模态不稳定性或增强或减弱取决于扰动频率. 在给定的剪切层($U_2/U_1=0.4$, $h=7.5$)影响下, 边界层模态中性曲线向左上方平移, 临界雷诺数由 520 下降到 497. 当剪切层高速侧位于边界层外缘一侧时, 在较低扰动频率范围内, 边界层模态不稳定波增长率减小; 而在较高扰动频率范围内, 则增加. 当剪切层中速度较高的气流位于自由流边界一侧时, 随着剪切层速度比的增加, 边界层模态的不稳定性减弱. 随着剪切层高度的增加, 剪切层对组合流动中边界层模态的影响减弱. 此外, 当剪切层的存在促使边界层流动不稳定性增强时, 边界层模态的特征函数呈现衰减的趋势, 特别是在剪切层位置的上方, 说明剪切层在边界层扰动波的线性发展和转捩的初始阶段中担负重要作用。

固壁对组合流动中剪切层模态的不稳定性的影响基本上是抑制的, 主要表现在低频区域. 当剪切层离开壁面超过 20 倍的边界层排挤厚度时, 剪

切层模态的不稳定性不受壁面的影响。

参考文献:

- [1] Krumbein A. On modeling of transitional flow and its application on a high lift multi-element airfoil configuration [R]. AIAA-2003-0724, 2003.
- [2] Rumsey C L, Lee-Rasusch E M, Watson R D. Three-dimensional effects on multi-element high lift computations [R]. AIAA-2002-0845, 2002.
- [3] 刘志刚, 叶建, 邹正平. 有/无尾迹作用下低压涡轮叶栅分离边界层转换的大涡模拟[J]. 航空动力学报, 2013, 28(12): 2803-2812.
LIU Zhigang, YE Jian, ZOU Zhengping. Large-eddy simulation of separated boundary layer transition in low-pressure turbine cascade with and without wakes[J]. Journal of Aerospace Power, 2013, 28(12): 2803-2812. (in Chinese)
- [4] Billig F S, Waltrup P J, Stockbridge R D. Integral-rocket dual-combustion ramjets: a new propulsion concept [J]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1980, 17(5): 416-424.
- [5] Mercier R, McClinton C. Hypersonic propulsion-transforming the future of flight [R]. AIAA-2003-2732, 2003.
- [6] Foelsche R O, Leylegian J C, Betti A A, et al. Progress on the development of a freeflight atmospheric scramjet test technique [R]. AIAA-2005-3297, 2005.
- [7] Ahn J, Starkey R P. Application of evidence theory on dual combustor ramjet model [R]. AIAA-2013-3752, 2013.
- [8] Rust B, Gerlinger P, Lourier J, et al. Numerical simulation of the internal and external flowfields of a scramjet fuel strut injector including conjugate heat transfer [R]. AIAA-2011-2207, 2011.
- [9] Sato S, Munakata T, Fukui M. Application of 3-dimensional effects of shock waves caused by a strut-cowl system in a scramjet engine [R]. AIAA-2011-2314, 2011.
- [10] Schlichting H. Boundary layer theory [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1951.
- [11] Mack L M. Boundary layer linear stability theory [R]. AGARD Report No. 709, 1984.
- [12] Jordinson R. The flat boundary layer: Part 1 numerical integration of the Orr-Sommerfeld equation [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1970, 43(4): 801-811.
- [13] 黄章峰, 逯学志, 于高通. 机翼边界层的横流稳定性分析和转捩预测[J]. 空气动力学学报, 2014, 32(1): 14-20.
HUANG Zhangfeng, LU Xuezhi, YU Gaotong. Cross-flow instability analysis and transition prediction of airfoil boundary layer [J]. Acta Aerodynamica Sinica, 2014, 32(1): 14-20. (in Chinese)
- [14] 禹旻. 超声速平板边界层扰动的非线性演化[D]. 天津: 天津大学, 2013.
YU Min. The nonlinear evolution of disturbances in supersonic flat-plate boundary layers [D]. Tianjin: Tianjin University, 2013. (in Chinese)
- [15] 罗纪生. 高超声速边界层的转捩及预测[J]. 航空学报, 2015, 36(1): 357-372.
- LUO Jisheng. Transition and prediction for hypersonic boundary layers [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2015, 36(1): 357-372. (in Chinese)
- [16] Joslin R D, Streett C L, Chang C L. Spatial direct numerical simulation of boundary layer transition mechanisms: validation of PSE theory [J]. Theoretical and Computational Fluid Dynamics, 1993, 4(6): 271-288.
- [17] Joslin R D, Streett C L. The role of stationary cross-flow vortices in boundary layer transition on swept wings [J]. Physics of Fluids, 1994, 6(10): 3442-3453.
- [18] Michalke A. On spatially growing disturbances in an inviscid shear layer [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1965, 23(3): 521-544.
- [19] Koochesfahani M M, Frieler C E. Inviscid instability characteristics of free shear layers with non-uniform density [R]. AIAA 87-0047, 1987.
- [20] 杨武兵, 沈清, 王强. 可压缩空间发展混合层亚谱扰动作用分析[J]. 力学学报, 2014, 46(1): 37-43.
YANG Wubing, SHEN Qing, WANG Qiang. Subharmonic interaction of spatial-developing compressible mixing layers [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(1): 37-43. (in Chinese)
- [21] 郭欣, 王炯, 许丁, 等. 混合层无粘稳定性分析的 Legendre 级数解[J]. 应用数学和力学, 2013, 34(8): 782-794.
GUO Xin, WANG Xian, XU Ding, et al. Legendre series solution to rayleigh stability equation of mixing layer [J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2013, 34(8): 782-794. (in Chinese)
- [22] Mattingly G E, Criminale W O. The stability of an incompressible two-dimensional wake [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1972, 51(2): 233-272.
- [23] Hultgren L S, Aggarwal A K. Absolute instability of the Gaussian wake profiles [J]. Physics of Fluids, 1987, 30(11): 3383-3387.
- [24] Liou W W, Liu F J. Spatial linear instability of confluent wake/boundary layers [J]. AIAA Journal, 2011, 39(11): 2076-2081.
- [25] Liou W W, Liu F J. Compressible linear stability of confluent wake/boundary layers [J]. AIAA Journal, 2013, 41(12): 2349-2356.
- [26] 刘智勇, 袁湘江, 刘小勇, 等. 超声速边界层/混合层组合流动的稳定性分析[J]. 力学学报, 2014, 46(1): 28-36.
LIU Zhiyong, YUAN Xiangjiang, LIU Xiaoyong, et al. Stability analysis of supersonic boundary/mixing layer confluent flow [J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(1): 28-36. (in Chinese)
- [27] Bridges T J, Morris P J. Differential eigenvalue problems in which the parameter appears nonlinearly [J]. Journal of Computational Physics, 1984, 55(3): 437-460.
- [28] Joslin R D, Streett C L. A comparison with linear stability and parabolic stability equation theories for boundary-layer transition on a flat plate [R]. NASA Technical Paper 3205, 1992.

(编辑: 叶 青)